689. 円，球ノ幾何ニツイテ

松村　宗治（台北大）

(I) $\quad {}_{(i)}\eta = \cos {}_{(i)}\alpha \cdot {}_{(i)}\xi + \sin {}_{(i)}\alpha \cdot {}_{(i)}\xi'$

ニ於ケル ${}_{(i)}\eta$ ハ R_N 内ノ球ヲ表ハス、但シコノ場合 ${}_{(i)}\xi$ ハ R_N 内ノ球デアル。従ッテ

$$\zeta = \sum_{1}^{N-1} \left\{ \text{const.} \cos {}_{(i)}\alpha \cdot {}_{(i)}\xi + \text{const.} \sin {}_{(i)}\alpha \cdot {}_{(i)}\xi' \right\}$$

ナル ζ ハ $(N-1)$ 個ノ球 ${}_{(i)}\eta$，$(i=1,2,\cdots\cdots,N-1)$ ノ二交点ヲ通ル球ヲ表シテオル・コトニナル。

以上ノコトヲバ R_∞ 内ノ球ニツイテモ考ヘラレル、ツマリ Fourier 級数ヲ吾々ノ幾何ニテ考ヘウルワケデアル。

(II) 今吾々ハ円系表面 (K) ヲ考ヘル。

其ノ上ノ極小曲線ハ例ノ如ク

(1) $\quad (\theta_t \theta_t) dt^2 + 2(\theta_t \theta_\tau) dt\, d\tau + d\tau^2 = 0$

デ表ハサル。

コヽニ $(\theta_\tau \theta_\tau) = 1$ デアル。

サテ今(K)上ノ任意ノ点(t,τ)ニ於ケル曲線(1)ヘノ切線j_1及ビj_2ヲ引キ、ソレガ媒介曲線(τ), (t)ヘノ二ツノ切線K_τ, K_tト Doppelverhältnisse $(j_1 j_2 K_\tau K_t)$ 及ビ$(j_2 j_1 K_\tau K_t)$ヲ作ル。

而シテ此二ツノ Doppelverhältnisse ハ

$$(2) \quad (\theta_t\theta_t)\Delta^2 - 2\left\{2(\theta_t\theta_\tau)^2 - (\theta_t\theta_t)\right\}\Delta + (\theta_t\theta_t) = 0$$

ノ根Δニナル。一ツノ Doppelverhältnis…ハ他ノモノノ逆値ニナツテイル。

(2)ヨリ

$$(3) \quad \Delta = \frac{2(\theta_t\theta_\tau)^2 - (\theta_t\theta_t)}{(\theta_t\theta_t)} \pm \frac{2(\theta_t\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}\sqrt{(\theta_t\theta_\tau)^2 - (\theta_t\theta_t)}$$

トナル。

ソコデ

$$(\theta_t\,\theta_\tau) = (\theta_t\,\theta_t)$$

ナラバ

$$(4) \quad \Delta = (\theta_t\,\theta_\tau)^2 : (\theta_t\,\theta_t)$$

トナル。亦

$$(5) \quad (\theta_t\,\theta_\tau) = 0$$

ナラバ

$$(6) \quad \Delta = -1$$

トナル。

尚

$$-(\theta_t\,\theta_t) = (\theta_t\,\theta_\tau)^2$$

ガ(4)ニテ成立テバ

(7) $\triangle=-1$

トナル。

(6) 式ハ (7) ヨリ K_τ 及ビ K_t ハ j_1 及ビ j_2 ヲ調和ニ分ツコトガ分ル。

サテ

(8) $(\theta_t\,\theta_t)=1$

ヲ考ヘル。

(8) ガ (3) ニテ成立セバ

(9) $\triangle=2(\theta_t\theta_\tau)^2-1\pm2(\theta_t\theta_\tau)\sqrt{(\theta_t\theta_\tau)^2-1}$

トナル。

尚、亦 (K) 上ノスベテノ点ニテ

$$(\theta_t\,\theta_t)=(\theta_t\,\theta_\tau)^2$$

ガ成立セバ (K) ハ Minimalkurven ノ Tangentenflächen デアル。

コヽニ G. Scheffers: Theorie der Flächen, S. 31, 51 ト拙著論文（台北大学、理農学部紀要第二巻, p. 36）ヲ参照セタ。

(III) 半径 p デ中心ガ原点ト一致セル球ノ式ヲ考ヘ x, y, z ヲ直角座標トシ

(1) $$\begin{cases} x=p\cos t\cos\tau,\\ y=p\cos t\sin\tau,\\ z=p\sin t\end{cases}$$

ヲ考ヘルト共ノ表面上ノ線素ヲ ds トセバ

(2) $ds^2=\left(1+\frac{\tau^2}{p^2}\right)dt^2+2\,dt\,d\tau+d\tau^2$

デアルコト人ノヨク知ル所デアル。

ソコデ此ノ球面ヲバ吾人ノ円形表面トスレバ吾々ノ基本量

$$(\theta_t\theta_t),\quad(\theta_t\theta_\tau),\quad(\theta_\tau\theta_\tau)$$

ハソレゾレ次ノ様ニナルコトが分ル。

$$(3)\quad\begin{cases}(\theta_t\theta_t)=1+\dfrac{\tau^2}{p^2},\\(\theta_t\theta_\tau)=1,\\(\theta_\tau\theta_\tau)=1\end{cases}$$

(3)ハイツモ用フル吾人ノ基本量ニ對スルーツノ例ヲアゲタノデアル。

ツマリ吾人ノ基本量が存在スルコトが分ル。